

## 4.1 INTRODUCTION

Les méthodes de compression/décompression (CODEC) d'images sont sujettes à diverses contraintes dépendantes des applications cibles. Une catégorisation des modèles peut être faite en fonction des contextes applicatifs (Visiophonie, Télésurveillance, Imagerie médicale, Imagerie de Télédétection ). Chaque contexte applicatif a des contraintes particulières.

- des contraintes liées à la nature des images  
les images peuvent être fixes ou des séquences d'images avec une certaine cadence.
- des contraintes liées à l'utilisation des ressources  
capacité de stockage, débit transmission
- des contraintes liées à la fidélité des images reconstruites  
compression conservatrice (sans perte) ou compression avec perte contrôlée
- La contrainte du temps réel

Les exigences du temps réel peuvent être de plusieurs ordres :

Le temps réel symétrique , pour lequel les processus de compression et de décompression doivent se dérouler en temps réel, cette situation correspond aux applications de visiophonie et de télésurveillance.

Le temps réel asymétrique , pour lequel la compression est utilisée pour le stockage d'images (images fixes ou séquence d'images) dans ce cas la décompression en temps réel est intéressante pour les opérations de consultation interactive des images.

En fonction des contextes applicatifs cette série d'exigences peut être ajustée de façon optimale.

Le cadre notre étude concernera les images fixes RSO et les séquences d'images RSO multitemporelles. En effet les volumes de données manipulés en imagerie Radar nécessitent des débits de transmission très élevés et des grandes capacités de stockage ,ce qui est une contrainte majeure pour la mise en œuvre **des Systèmes d'informations géographiques Distribués (SIGD), Systèmes de suivi de la dynamique d'occupation des sols (urbanisation, déforestation,...)**. De telles applications exploitent des données RSO sur une couverture spatiale large et un horizon temporel qui nécessite l'acquisition de plusieurs scènes multi-dates . L'information des images d'amplitude est souvent associée à des données interférométriques (voir chapitre 1) ( image de cohérence et image de phase).Ce couplage est

souhaitable pour une exploitation complémentaires des données RSO. Nous examinerons les données d'amplitude et les données interférométriques .

L'objectif de ce chapitre est de proposer dans une première partie une formulation générique du problème de compression sous la forme d'une optimisation de ressources distorsion-débit. La résolution de ce problème passe par **le choix d'un ensemble de primitives de représentation adaptées au contenu de la source à coder** et par **le choix d'une mesure de distorsion adaptée à cette représentation**. On peut considérer tout type de représentation locale ou globale du signal : pixels, blocs, représentation espace-fréquence (ondelettes, paquets d'ondelettes), fractales, contours/textures, objets , ..etc. La difficulté réside dans le choix d'une mesure de distorsion qui reflète le critère subjectif de fidélité de l'image reconstruite. La mesure de distorsion doit réunir trois conditions essentielles telles que d'être une fonction réelle positive, simple à calculer, utilisable par un algorithme de minimisation et significative pour qu'une grande distorsion implique une mauvaise qualité de la restitution subjective du signal.

La seconde partie du chapitre sera consacrée à l'illustration de la méthodologie décrite dans la première partie dans le cas des techniques de codage par transformées ondelettes et paquets d'ondelettes. Les algorithmes mis en œuvre seront expérimentés sur des images d'amplitude (16 bits) avec des niveaux de speckle différents, sur des images de cohérence ( 8 bits).Plusieurs mesures de distorsion seront utilisées ; Une évaluation des performances des algorithmes sera faite par la mesure du critère du PNSR largement utilisé pour apprécier la qualité numérique de la compression . Par ailleurs une évaluation de l'impact de la compression sur la segmentation de l'image sera effectuée dans le chapitre 5.

## 4.2 METHODOLOGIE DE COMPRESSION DES IMAGES RSO

Plusieurs algorithmes de compression des images fixes ou séquences d'images existent ( Notamment les Normes JPEG,MPEG) , mais la plupart de ces algorithmes sont adaptés à des images de scènes naturelles qui correspondent à des signaux généralement stationnaires et dont les pixels sont fortement corrélés entre eux. Ces méthodes usuelles exploitent les redondances intrinsèques aux images et adaptent le contenu informationnel aux capacités limitées de l'œil humain pour une interprétation psychovisuelle.

Pour des applications de télédétection Radar la problématique est différente , au moins pour trois raisons principales :

La première est la spécificité des images RSO qui comportent généralement des non stationnarités et une faible corrélation des pixels due à la présence du speckle .

La deuxième est que le critère de qualité de la compression n'est plus simplement un meilleur rendu psychovisuel , mais intègre d'autres préoccupations telles que la préservation des textures et des contours de l'image ou la prise en compte d'une erreur maximale admissible dans le cas où les données de l'image doivent servir à une estimation des paramètres requérant une certaine précision.( Cas de l'estimation d'un modèle numérique de terrain à partir d'une image de phase).

La troisième raison tient au fait que les images RSO multi-dates présente des cadences qui font que les méthodes utilisées pour des séquences d'images animées sont inadaptés. Des algorithmes basés sur l'évolution des contenus thématiques seraient plus adaptés

#### **4.2.1 FORMULATION GÉNÉRIQUE DU PROBLÈME DE COMPRESSION**

Cette formulation s'inspire des travaux de Nguyen [ 1]

On considère un problème de compression à débit constant. On notera par  $R_a$  le débit global alloué, exprimé dans la pratique en bpp. Le problème du codage peut se définir de la manière suivante :

- Etant donnée une image RSO ou une séquence d'images d'entrée  $I$ , le but est de coder le signal  $I$  sous la contrainte de débit  $R_a$ , de telle sorte que la distorsion entre l'image reconstruite  $\hat{I}$  et l'image de départ soit minimale au sens de la mesure de distorsion.

#### **Représentation et codage de la représentation**

La compression consiste à décrire l'image ou la séquence d'images d'entrée sous une forme binaire de longueur inférieure à  $R_a$  en maximisant la qualité de la représentation codée. (Minimisation d'une mesure de distorsion).Il s'agit d'une **optimisation sous contrainte** dont le critère est de type qualité-coût de la représentation .

Un codage efficace passe généralement par une étape de changement de représentation du signal observé sur la matrice de pixels. Le changement de représentation est associé à l'étape de modélisation de source qui spécifie la nature et les caractéristiques des primitives utilisées. Le calcul des paramètres de la représentation s'opère habituellement par projection

du signal numérique observé sur l'espace engendré par un sous-ensemble donné de primitives. Une représentation est alors définie par l'ensemble constitué de primitives et de paramètres de représentation du signal sur ces primitives. Le codage proprement dit de la représentation s'opère alors par quantification et codage entropique des paramètres de la représentation et du sous-ensemble des primitives sélectionnées. Le sous ensemble des primitives et la précision d'encodage des paramètres de la représentation constituent les variables du problème. L'allocation optimale des ressources de codage au sens du critère qualité-coût de la représentation permet d'obtenir la solution optimale.

Il existe plusieurs possibilités pour le choix des primitives de représentation et des conditions de quantification encodage.

Dans les applications il n'est pas possible d'envisager l'ensemble des primitives susceptible de représenter une image. On se limite à une classe de représentation communément appelée **dictionnaire**. Les conditions de quantification encodage dépendent alors de la représentation choisie.

### Notations et définitions

Le dictionnaire de représentation est constitué d'un ensemble de primitives locales qui peuvent être en général, caractérisées par leur type et position; On décrira donc chacune des primitives par un couple d'indices spécifiant la nature la primitive utilisée et sa localisation dans l'image. Le sous-ensemble de primitives utilisées pour la représentation du signal correspondra au « modèle de représentation. »

On note :

- $I$  l'image ( ou la séquence d'images ) d'entrée ,
- $D$  le support spatial de l'image,
- $D^i \subset D$  le support spatial associée à une région de l'image  $I^i$  .
- $\Psi = \{ \psi_{j,k}^i \}$  le dictionnaire de représentation constituée de primitives locales  $\psi_{j,k}^i$  où  $j$  est l'indice qui dénote la nature de la primitive ( par exemple sa résolution) et  $k$  est l'indice de position qui dénote la localisation spatiale de la primitive dans l'image.
- $D_{j,k}^i$  le support spatial de  $\psi_{j,k}^i$

- $\{\psi_{j,k}^i\}$  pour  $i$  fixé un sous-ensemble de primitives de représentation du signal de localisation spatiales  $\{D_{j,k}^i : D_{j,k}^i \cap D^i \neq \emptyset, \forall j,k\}$  associées à  $I^i$ .
- $\{c_{j,k}^i\}$  les paramètres de description du signal image associées aux primitives  $\psi_{j,k}^i$
- $\{\hat{c}_{j,k}^i\}$  version quantifiée de ces paramètres à une précision finie. ( Voir Chapitre 2)

On suppose dans le cadre de notre étude une partition arbitraire de l'image en « objets » indépendants qui vérifient :

$$\bigsqcup_{j,k} D_{j,k}^i = D^i, D_{j,k}^p \cap D_{j',k'}^q = \emptyset, \forall j,k,j',k' \text{ pour } p \neq q$$

On définit par :

- $\tilde{I}^i = \{c_{j,k}^i, \psi_{j,k}^i\}$  la représentation du signal  $I^i$ , cette représentation est obtenue par « projection » du signal sur le sous-espace de représentation généré par le sous-ensemble des primitives  $\{\psi_{j,k}^i\}$ ,  $i$  fixé.
- $\hat{I}^i = \{\hat{c}_{j,k}^i, \psi_{j,k}^i\}$  une version quantifiée de  $\tilde{I}^i$
- $\tilde{I} = \{\tilde{I}^i\}_{i=1,\dots,N}$  une représentation de l'image partitionnée en  $N$  régions.
- $\hat{I} = \{\hat{I}^i\}_{i=1,\dots,N}$  une version quantifiée de  $\tilde{I}$ .

Le formalisme utilisé est symbolique et suffisamment général pour prendre en compte plusieurs « modèles de représentation » . Les primitives  $\{\psi_{j,k}^i\}$  peuvent des « fonctions de bases » de la famille des ondelettes ou paquets d'ondelettes ( voir chapitre 3). Il s'agit du « modèle de représentation par ondelettes, paquets d'ondelettes » ou alors être des primitives de haut niveau tels que : Contours/textures, paramètres d'évolution entre deux scènes dans le cas du codage des séquences de données multi-temporelles.

Une représentation de l'image  $I$  est noté  $\tilde{I}$  car elle n'est pas forcément exacte. C'est le cas lorsque l'ensemble des primitives ne permet pas de représenter de manière exacte tout signal de la classe considérée . Il apparaît clairement ( voir chapitre 3) les représentations Espace-Fréquence par ondelettes et paquets d'ondelettes sont exactes. On parle alors de la propriété de complétude du dictionnaire sur l'espace des signaux  $l^2(Z)$ . Néanmoins même dans le cas où le dictionnaire des primitives de représentation est complet ,on peut considérer tout type d'approximation de la représentation en seuillant par exemple un certain nombre de paramètres ( **Seuillage par exemple des coefficients d'ondelettes pour le filtrage du**

speckle). Il s'agit d'une opération irréversible que l'on différenciera de l'opération de quantification proprement dite des paramètres de la représentation  $\tilde{I}$ . Si la représentation  $\tilde{I} = I$  est parfaite, la seule source d'erreur réside dans l'étape de quantification des paramètres.

**Formulation du problème de compression.**

Le principe de la compression est illustré sur la figure 4.1. le problème consiste à chercher la « meilleure » représentation  $\hat{I}$  du signal I pour laquelle le coût de la représentation notée  $R(\hat{I})$  n'excède pas la valeur de la contrainte  $R_a$ . La meilleure représentation  $\hat{I}^*$  est

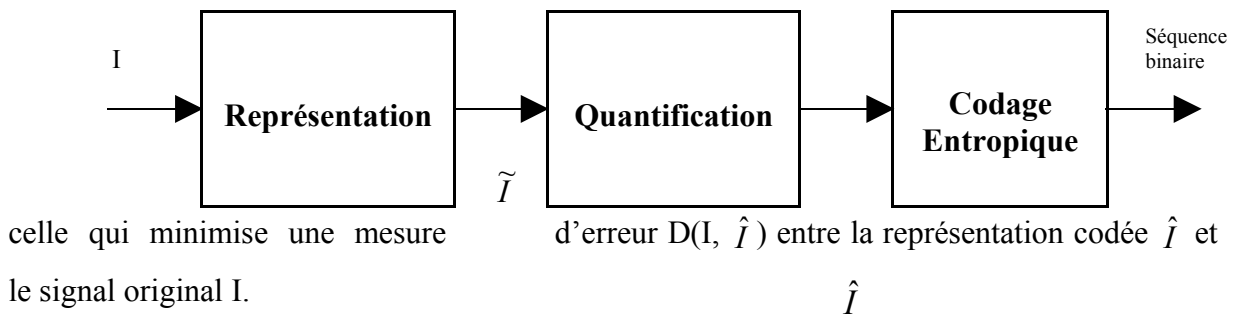


Figure 4.1

Le modèle de compression suppose la spécification :

- D'un modèle de représentation, ce qui correspond au choix d'un dictionnaire de représentation  $\Psi = \{\psi_{j,k}^i\}$
- Le choix du mode de représentation du signal dans l'espace des primitives, c'est à dire la manière de calculer les représentations  $\tilde{I} = \{\tilde{I}^i\}_{i=1,\dots,N}$ .
- Le choix du mode de quantification des paramètres de la représentation, c'est à dire la façon d'obtenir la représentation  $\hat{I} = \{\hat{I}^i\}_{i=1,\dots,N}$ .
- Le choix de la méthode de codage entropique ( voir chapitre 2), qui correspond à une étape de compression sans perte.
- Le choix de la fonction de distorsion  $D(I, \hat{I})$  qui peut être globale , homogène ou non homogène sur la partition de l'image.

La représentation codée  $\hat{I}^i = \{\hat{c}_{j,k}^i, \psi_{j,k}^i\}$  est constituée des primitives et paramètres sélectionnés pour la représentation de l'image partitionnée  $I = \{I^i\}_{i=1,\dots,N}$ . L'ensemble  $\hat{I}^i = \{\hat{c}_{j,k}^i, \psi_{j,k}^i\}$  constitue les variables du problème qui se formule sous la forme d'une optimisation sous contrainte :

$$\hat{I}^* = \arg \min_{\hat{I}} D(I, \hat{I}) \quad \text{avec} \quad R(\hat{I}) \leq R_a \quad (4.1)$$

### Critère de fidélité

Toute la difficulté réside dans la définition de la fonction de distorsion  $D(I, \hat{I})$  qui mesure l'optimalité de l'opération de codage. En effet, Il n'existe pas de mesure universelle objective permettant l'évaluation subjective de la dégradation entre l'image originale et une image comprimée. Pour une formulation simplifiée du problème, nous faisons pour le moment l'hypothèse d'un critère global homogène. Nous considérons essentiellement les métriques classique de type  $l_p$  et en particulier la mesure  $l_2$  qui reste, faute de mieux, la référence pour l'évaluation objective des schémas de codage d'images.

Pour un signal discret  $I$  et une approximation de ce signal notée  $\hat{I}$ , la mesure d'erreur  $l_p$  entre  $I$  et  $\hat{I}$  est définie comme la racine p-ème de la moyenne empirique de la valeur absolue des erreurs  $e(k) = I(k) - \hat{I}(k)$  élevée à la puissance  $p$  :

$$l_p(I, \hat{I}) = \left( \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |e(k)|^p \right)^{\frac{1}{p}} \quad (4.2)$$

où  $N$  est le nombre d'éléments de la représentation du signal. On considérera dans la mise en œuvre des algorithmes les mesures  $l_p^p$  dont le cas particulier est l'erreur Quadratique moyenne (EQM)  $l_2^2$ .

Les modèles de compression utilise en général la mesure d'erreur dans l'espace des paramètres de représentation. Dans ce cas la mesure  $l_p^p$  est remplacée par :

$$D^i(\hat{I}^i, \tilde{I}^i) = \frac{1}{N_i} \sum_j W_j \sum_k |c_{j,k}^i - \hat{c}_{j,k}^i|^p \quad (4.3)$$

pour une représentation  $\tilde{I}^i = \{c_{j,k}^i, \psi_{j,k}^i\}$  donnée et une approximation  $\hat{I}^i = \{\hat{c}_{j,k}^i, \psi_{j,k}^i\}$  obtenue par quantification des paramètres  $\{c_{j,k}^i\}$ .

Où  $N_i$  désigne le nombre de paramètres de la représentation  $\tilde{I}^i$ .

$W_j$  des facteurs de pondérations introduits de façon à homogénéiser les contributions des erreurs dans le cas où les primitives  $\psi_j$  sont de nature différentes et/ou de façon à tenir

compte d'une importance relative entre ces primitives. Dans le cas représentations espace-fréquence les pondérations tiennent compte de la sélectivité en fréquence du système visuel humain.

Par ailleurs, dans la mesure de distorsion globale on peut introduire une pondération  $\alpha^i$  de manière à tenir compte de l'importance relative des régions .

$$D(\hat{I}, \tilde{I}) = \sum_i \alpha^i D^i(\hat{I}^i, \tilde{I}^i). \quad (4.4)$$

### Information complémentaire

L'ensemble  $\{\underline{\psi}^i\}_{i=1,\dots,N} = \{\psi_{j,k}^i\}_{i=1,\dots,N}$  représente le sous-ensemble des primitives du dictionnaire sélectionnées pour la représentation de l'image. Il constitue l'information du modèle de représentation . Cette information est généralement considérée indépendamment du sous-ensemble des paramètres de description du signal. Le sous-ensemble de paramètres, défini relativement à  $\{\underline{\psi}^i\}_{i=1,\dots,N}$ , est noté :

$$\{\underline{\hat{c}}^i, \underline{\psi}^i\}_{i=1,\dots,N} = \{\hat{c}_{j,k}^i, \psi_{j,k}^i\}$$

Le coût  $R(\hat{I})$  de la représentation  $\hat{I}$  peut alors s'écrire sous la forme de deux contributions additives :

$$R(\hat{I}) = R(\{\underline{\psi}^i, \underline{\hat{c}}^i\}_{i=1,\dots,N}) = R(\{\underline{\psi}^i\}_{i=1,\dots,N}) + R(\{\underline{\hat{c}}^i | \underline{\psi}^i\}_{i=1,\dots,N}) \quad (4.5)$$

Le coût  $R(\{\underline{\psi}^i\}_{i=1,\dots,N})$  représente l'**information complémentaire** nécessaire à la reconstruction du signal au niveau du décodeur.

Le problème générique de codage (4.1) peut être ré-écrit de la manière suivante :

$$\left( N^*, \{\underline{\psi}^i, \underline{\hat{c}}^i\}_{i=1,\dots,N^*}^* \right) = \arg \min_{(N, \{\underline{\psi}^i, \underline{\hat{c}}^i\}_{i=1,\dots,N})} D(\hat{I}, I) \quad (4.6)$$

$$\text{avec } R(\{\underline{\psi}^i\}_{i=1,\dots,N}) + R(\{\underline{\hat{c}}^i | \underline{\psi}^i\}_{i=1,\dots,N}) \leq R_a \quad (4.7)$$

C'est un problème d'optimisation discret étant donné que les variables du problème sont indexées sur l'ensemble Z. Dans la mesure où les quantités manipulées sont nécessairement quantifiées dans un contexte de stockage ou de transmission numérique.

### Hypothèses simplificatrices



Dans sa forme générale , le problème d'allocation de ressources 4.6, 4.7 implique une recherche combinatoire qui n'est pas envisageable dans la pratique, il s'agit d'un problème N-P complet dont la complexité varie de façon exponentielle en fonction du nombre de variables n du problème .

On considère alors des formulations simplifiées menant à des représentations réalisables mais conduisant généralement à des solutions sous optimales du point de vue de l'efficacité du codage. Deux formulations simplifiées du problème seront présentés :

### Codage indépendants des représentations

La principale source de complexité algorithmique provient des dépendances possibles dans le codage des représentations  $\{\hat{c}^i, \underline{\psi}^i\}$  .Dans le cas d'un codage indépendant de chacune des représentations, et pour les mesures de fidélité 4.3, 4.4. On définit un **problème d'allocation de ressources séparable** :

$$\left( N^*, \{\underline{\psi}^i, \hat{c}^i\}_{i=1, \dots, N^*}^* \right) = \arg \min_{\left( N, \{\underline{\psi}^i, \hat{c}^i\}_{i=1, \dots, N} \right)} D(\hat{I}, I) \quad (4.8)$$

$$\text{avec } \sum_{i=1}^N \left[ R(\underline{\psi}^i) + R(\{\hat{c}^i | \underline{\psi}^i\}) \right] \leq R_a \quad (4.9)$$

Dans cette formulation , le coût de codage de l'image  $\hat{I}$  est la somme des coûts de codage de chacune des représentations  $\{\hat{c}^i, \underline{\psi}^i\}$  . En conséquence, chacun des termes du critère 4.8 à minimiser et de la contrainte 4.9 ne dépend que des paramètres  $\hat{c}^i, \underline{\psi}^i$  de la représentation individuelle de  $\hat{I}^i$  associée.

### Indépendance partition-représentation et quantification

Même dans sa formulation séparable , le problème nécessite la recherche du meilleur choix des conditions de quantification  $\{\hat{c}^i\}$  pour chacune des représentations  $\tilde{I} = \{\underline{c}^i, \underline{\psi}^i\}$  admissibles. Une simplification immédiate consiste à considérer les étapes de partition-représentation et quantification comme deux étapes séquentielles indépendantes. Dans ce cas étant donné un choix particulier de représentation  $\tilde{I} = \{\underline{c}^i, \underline{\psi}^i\}_{i=1, \dots, N}$ , l'optimisation des ressources se ramène à un problème de quantification a posteriori.

$$\left( \{\hat{c}^i\}_{i=1, \dots, N^*}^* \right) \left( N, \{\underline{\psi}^i\}_{i=1, \dots, N} \right) = \arg \min_{\{\hat{c}^i\}_{i=1, \dots, N}} D(\hat{I}, I) \quad (4.10)$$

$$\text{avec } \sum_{i=1}^N R(\underline{\hat{c}}^i) \leq R_a - \sum_{i=1}^N R(\underline{\psi}^i) \quad (4.11)$$

On peut trouver une « bonne » solution au problème 4.8 –4.9 en combinant deux étapes :

- On parcourt une classe de représentations admissibles  $\tilde{I} = \{\underline{c}^i, \underline{\psi}^i\}_{i=1, \dots, N}$
- Pour chaque  $\{\underline{c}^i, \underline{\psi}^i\}_{i=1, \dots, N}$ , on solutionne le problème 4.10-4.11,  
Soit  $(\{\underline{\hat{c}}^i\}_{i=1, \dots, N}^*) \parallel (N, \{\underline{\psi}^i\}_{i=1, \dots, N})$  la solution avec  $D(\hat{I}^*, I)$  la distorsion associée
- On obtient une bonne solution au problème de 4.8-4.9 par :

$$(N^{**}, \{\underline{\psi}^i, \underline{\hat{c}}^i\}_{i=1, \dots, N^{**}}^{**}) = \arg \min_{\left( \{\underline{\hat{c}}^i\}_{i=1, \dots, N}^* \parallel (N, \{\underline{\psi}^i\}_{i=1, \dots, N}) \right)} D(\hat{I}^*, I)$$

### 4.3 RESOLUTION DU PROBLEME DE COMPRESSION DES IMAGES RSO DANS LE CADRE DU FORMALISME PRESENTE

Le problème de compression tel qu’il vient d’être posé est un problème d’allocation de ressources dont la solution conduit au choix optimal des primitives  $\{\psi_{j,k}^{*i}\}$  et des paramètres quantifiés  $\{\hat{c}_{j,k}^{*i}\}$ . La résolution de ce problème passe par le choix d’un espace de représentation et d’une structure de quantification particulière. Dans cette section nous allons étudier des décompositions en sous bandes ondelettes et paquets d’ondelettes. Nous supposons pour l’instant aucune partition préalable de l’image, Nous y reviendrons dans le cadre de la méthodologie de compression avec focalisation sur les zones d’intérêt.

Nous choisissons par ailleurs une structure de quantification scalaire uniforme et indépendante des sous bandes.

Compte tenu de ces hypothèses, le problème ( 4.8 – 4.9) peut être reformulé de la manière suivante :

$$\begin{aligned} (\{\underline{\hat{c}}\}^*) \parallel (\{\underline{\psi}\}^*) &= \arg \min_{\{\underline{\hat{c}}, \underline{\psi}\}} D(\hat{I}, I) \\ R(\underline{\psi}) + R(\underline{\hat{c}} \parallel \underline{\psi}) &\leq R_a \end{aligned} \quad (4.12)$$

où

$$\underline{\hat{c}} = \{\hat{c}_{j,k}\}_k$$

$\underline{\hat{\psi}} = \{\psi_{j,k}\}_k$  k indique la position du pixel dans l'image.

Les images RSO à coder sont des images d'amplitude en niveaux de gris sur 16 bits par pixel, ou des images de cohérence sur 8 bits par pixel. Pour des images de phase sur 16 bits nous envisagerons des schémas de codage sans perte ou presque sans perte dans le cadre d'un formalisme différent.

### **4.3.1 COMPRESSION DES IMAGES RSO PAR TRANSFORMEE EN ONDELETTES DISCRETE ET QUANTIFICATION SCALAIRE**

#### **Choix de l'espace de représentation de représentation**

L'espace de représentation choisi est composé des fonctions de bases ondelettes (voir Chapitre3) . La spécification du dictionnaire de représentation se fait par la donnée des filtres d'analyse et de synthèse  $h, g, \tilde{h}, \tilde{g}$  (dans le cas général d'une analyse multirésolution biorthogonale dans  $L^2(R)$ ) et nombre L d'étages de décomposition. D'autres types d'espace de représentation par ondelettes seront explorés notamment les décompositions en ondelettes biorthogonales sur un intervalle dont la spécification du dictionnaire nécessite la donnée de quatre d'une série de matrice  $(A^j, B^j, P^j, Q^j)$ ,  $j=1, \dots, L$ . Les représentations multi-ondelettes sur  $L^2(R)$  ou sur un intervalle.

#### **Choix du mode de quantification des paramètres $\{c_{j,k}^i\}$ (Coefficients d'ondelettes)**

Nous allons utiliser successivement : ( Voir chapitre 2)

- des quantificateurs scalaires uniformes
- des quantificateurs uniformes avec une zone morte autour de 0. (Dead Zone quantizers)
- Des quantificateurs scalaires Multicouches [2]

**Le choix de la méthode de codage entropique.**

Un codage arithmétique adaptatif est une solution efficace qui a l'avantage de prendre en compte les changements locaux des distributions statistiques des coefficients d'ondelettes. Une approche alternative serait d'estimer les paramètres d'une loi gaussienne généralisée pour chaque sous bande. La densité de probabilité de cette distribution est donnée par :

$$f(x) = \left[ \frac{v \eta (v, \sigma)}{2\Gamma (1/v)} \right] \exp(- [\eta (v, \sigma) |x|]^v )$$

où  $\eta (v, \sigma) = \sigma^{-1} \left[ \frac{\Gamma (3/v)}{\Gamma (1/v)} \right]$

Cette approche fait partie de la catégorie des méthodes dites d'estimation quantification basées un modèle statistique des coefficients d'ondelettes.

**Reformulation du Problème (4.12) ou problème d'allocation des débits binaires**

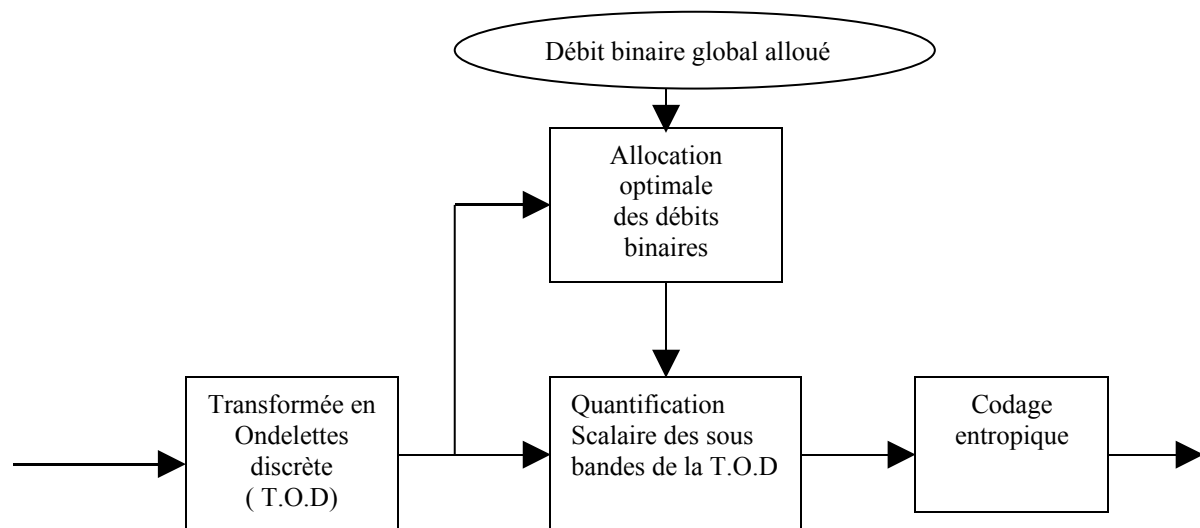


Figure 4.2. Chaîne de compression par transformée en ondelettes et quantification scalaire

Le problème d'allocation des débits binaires consiste à répartir de façon optimale le débit binaire global alloué  $R_a$  dans les différentes sous bandes de manière à minimiser un critère de qualité de la quantification qui est la mesure de distorsion (4.2).

Il s'agit de déterminer les débits binaires de quantification optimale des sous bandes sachant que le débit global alloué de l'image est de  $R_a$ .

Dans ces conditions on a la contrainte d'allocation :

$$(4.13) \quad \sum_{j=1}^{N_b} R_j \leq R_a \quad \text{avec } N_b = 3L + 1 \quad \text{le nombre de sous bandes}$$

Le problème d'optimisation consiste à minimiser la distorsion globale,

$$(4.14) \quad D = \sum_{j=1}^{N_b} D_j(R_j) \quad \text{sous la contrainte (4.13)}$$

Un tel problème est facilement résolu par les conditions d'optimalité de Kuhn Tucker si les fonctions  $D_j(R_j)$  sont connues ( fonctions débit/distorsion). Ce qui n'est généralement pas le cas, sauf si des hypothèses sur la distribution statistique à priori du signal sont faites.

### Conditions d'optimalité

Le problème (4.13) , (4.14) se ramène à un problème de minimisation sans contrainte :

En posant le Lagrangien :

$$J(\lambda) = D + \lambda R \quad (4.15)$$

$$R = \sum_{j=1}^{N_b} R_j$$

Le problème ( 4.13),(4.14) devient :

$$\{R_j^*\}_j = \arg \min_{\{R_j\}} J(\lambda) \quad (4.16)$$

Dans le cas des courbes distorsion/débit connues, continues et dérivables les conditions d'optimalité s'expriment :

$$\frac{\partial J(\lambda)}{\partial R_j} = 0$$

$$\text{Soit } \frac{\partial D}{\partial R_j} + \lambda = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial D}{\partial R_j} = -\lambda, j = 1, \dots, N_b \quad (4.17)$$

Ce qui veut dire que l'optimum est atteint au point où toutes les courbes débit /distorsion ont la même pente  $-\lambda$ .

Des méthodes permettant d'estimer les courbes débit/distorsion existent . Mais ces méthodes font des hypothèses très fortes et ne s'adaptent pas à des situations concrètes . Les estimations

faites sont alors valables dans des cas limites ( par exemple quantification haute résolution, distribution des coefficients des sous bandes rigoureusement de type gaussienne généralisée).

Pour résoudre ce problème une approche alternative consiste à estimer les courbes  $D_j(R_j)$  pour chaque sous bande en évaluant systématiquement  $D_j(R_j)$  pour une plage de valeurs de précision de quantification  $q_j$ , ce qui se ramène à un problème de programmation convexe que nous avons résolu en utilisant l’algorithme de Shoham et Gersho [ 3].

### Formulation du problème de programmation convexe

Le problème (4.12) s’écrit pour les représentations ondelettes sous la forme :

$$\{\hat{c}\}^* = \underset{\{\hat{c}\}}{\operatorname{arg\,min}} D(\hat{I}, I) \quad (4.18)$$

$$R(\hat{c}) \leq R_a$$

Le paramètre L et les filtres étant connus du décodeur  $R(\underline{\psi}) = 0$

Si on regroupe les coefficients par sous bande et on note :  $\hat{c} = \prod_{j=1}^{N_b} \hat{c}^j$ .

Où  $\hat{c}^j$  désigne l’ensemble des coefficients quantifiés de la sous bande j.

$c^j$  la version des coefficients non quantifiés

Compte tenu de l’hypothèse de quantification indépendante des sous bandes :

$$R(\hat{c}) = \sum_{j=1}^{N_b} R(\hat{c}^j).$$

Par ailleurs en considérant l’hypothèse de quantification scalaire uniforme des sous bandes ;

Si  $q_j$  désigne la précision de quantification de la sous bande j , on peut trouver des paramètres  $C_{\max}^j, C_{\min}^j, \theta_{\max}^j, \theta_{\min}^j$  du quantificateur calculés à partir des données de la sous bande j tels que :

$$\hat{c}_k^j = \frac{s_k^j}{2^{q_j} - 1} (\theta_{\max}^j - \theta_{\min}^j) + \theta_{\min}^j$$

$$\text{avec } s_k^j = \text{ent} \left[ \left( \frac{c_k^j - c_{\min}^j}{c_{\max}^j - c_{\min}^j} \right) (2^{q_j} - 1) \right]$$

où ent(x) , désigne l'entier le plus proche de x.

$s_k^j$  est un entier appartenant à l'ensemble  $\{0, \dots, 2^{q_j} - 1\}$ , cet ensemble est appelé alphabet de codage de la sous bande j.

On pose  $\underline{s}^j = \{s_k^j\}$  l'ensemble des symboles de codage de la sous bande j.

On a alors :

$$R(\underline{\hat{c}}^j) = R(q_j) + R(c_{\max}^j) + R(c_{\min}^j) + R(\theta_{\max}^j) + R(\theta_{\min}^j) + R(\underline{s}^j)$$

on pose :  $R_j^0 = R(q_j) + R(c_{\max}^j) + R(c_{\min}^j) + R(\theta_{\max}^j) + R(\theta_{\min}^j)$ , cette valeur correspond au coût du codage des paramètres de quantification de la sous bande j.

### Spécification de la fonction de coût

Nous allons utiliser l'entropie des symboles  $\underline{s}^j$  comme fonction de coût, en effet si on fait l'hypothèse d'une source simple sans mémoire ( Voir Chapitre 2). Cette hypothèse est pertinente compte tenu du fait que la T.O.D est un décorrélateur de source.

$$R(\underline{s}^j) = H(\underline{s}^j) = \sum_{k=0}^{2^{q_j}-1} P(s_k^j) \text{Log}_2(P(s_k^j)).$$

où  $P(s_k^j)$  représente la probabilité d'occurrence du symbole  $s_k^j$ . Dans le cadre de la solution présentée ces probabilités sont évaluées à partir de l'histogramme des symboles  $s_k^j$  construit au fur et à mesure de la génération des symboles par le quantificateur.

### Spécification de la fonction de distorsion

$$D(\hat{I}, \tilde{I}) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N_b} w_j \sum_{k=1}^{C(j)} |c_k^j - \hat{c}_k^j|^p$$

où C(j) désigne le nombre de coefficients de la sous bande j.

$$N = \sum_{j=1}^{N_b} C(j).$$

$w_j$  : coefficient de pondération de la sous bande j permettant de prendre en compte la sélectivité en fréquence du système visuel humain .

Si on note  $\{q\} = \{q_1, q_2, \dots, q_{N_b}\}$

On obtient finalement le problème suivant :

$$\{q\}^* = \arg \min_{\{q\}} \left( \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N_b} w_j \sum_{k=1}^{C(j)} |c_k^j - \hat{c}_k^j|^p \right) + \lambda \left( \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N_b} \sum_{k=0}^{2^{q_j}-1} P(s_k^j) \text{Log}_2(P(s_k^j)) \right) \quad (4.19)$$

$$\text{avec } s_k^j = \text{ent} \left[ \left( \frac{c_k^j - c_{\min}^j}{c_{\max}^j - c_{\min}^j} \right) (2^{q_j} - 1) \right]$$

$$\hat{c}_k^j = \frac{s_k^j}{2^{q_j} - 1} (\theta_{\max}^j - \theta_{\min}^j) + \theta_{\min}^j$$

$P(s_k^j)$  désigne la probabilité d'occurrence du symbole  $s_k^j$ .

$$R = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N_b} \sum_{k=0}^{2^{q_j}-1} P(s_k^j) \text{Log}_2(P(s_k^j)) \leq R_a - R^0$$

$R^0$  coût de codage des paramètres des quantificateurs.

$$R^0 = \sum_{j=1}^{N_b} R_j^0$$



**Résolution du problème (4.19) : Algorithme de Shoham et Gersho .**

Algorithme 4.1 : algorithme de minimisation de (4.19)

En général l'algorithme permet d'obtenir la valeur  $R_a$  du budget allouée ou tout au moins d'obtenir une valeur très proche . Dans ce deuxième cas une procédure de gradient par la méthode de la plus grande pente permet d'ajuster les précisions de quantification  $q_j$  de

L'algorithme suit les étapes principales suivantes :

1 – Réaliser une décomposition en ondelettes de l'image sur L niveaux, on obtient les coefficients  $C_k^j$  .

2- Pour chaque sous bande j ,évaluer la fonction débit/distorsion, en calculant pour plusieurs précisions de quantification q , les débits  $R_{q \in Q}(j)$  , et les distorsions  $D_{q \in Q}(j)$  associées.

3- Allouer une valeur de  $\lambda$

4- Pour chaque sous bande j , déterminer le minimum du Lagrangien :

$$q_j^*(\lambda) = \arg \min_{q \in Q} [D_q(j) + \lambda R_q(j)]$$

- on obtient le débit  $R_{q_j^*(\lambda)}(j)$

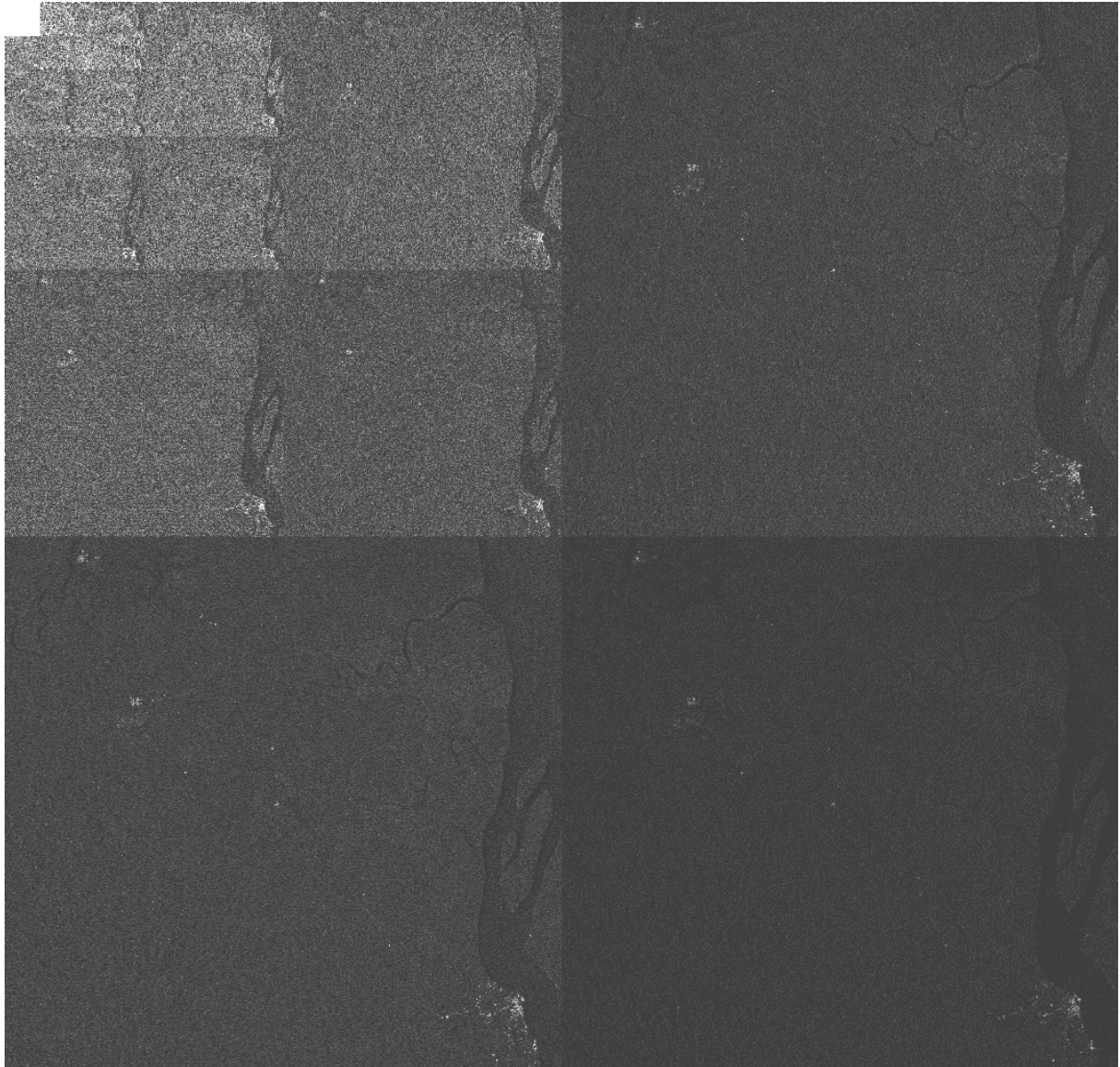
5- Calculer le débit courant  $R(\lambda) = \sum_{j=1}^{N_b} R_{q_j^*(\lambda)}(j)$

6- Itérer les étapes 3,4,5 pour une séquence de paramètres  $\lambda$  , jusqu'à l'optimum  $\lambda^*$  qui permet d'atteindre le budget de bits désiré

manière à obtenir exactement le débit  $R_a$  .

**Exemple de procédure d'allocation sur l'image 16 bits de la Guyanne Française.**

**Décomposition ondelettes : ( Filtres 9/7 Antonini ) [4]**



**Figure 4.3**

**Courbes débit/distorsion pour les 16 sous bandes**

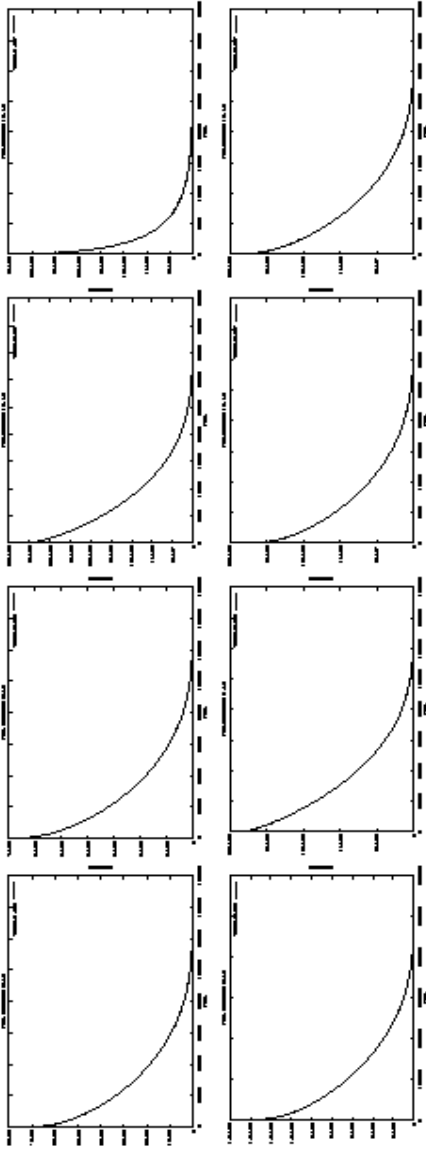


Figure 1: Courbes Debit-Distorsion des differentes sous bandes

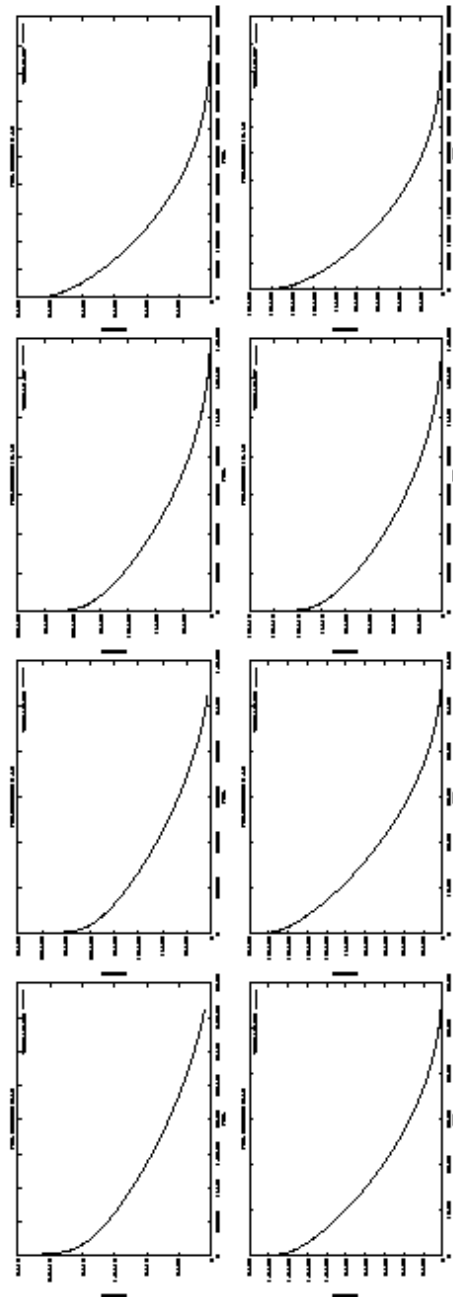


Figure 1: Courbes Débit-Distorsion des différentes sous bandes

**Les résultats de l'algorithme optimale des débits binaires**

Débit binaire objectif : 367309 octets

S/B	Précision	Débit		Distorsion	
0:	9	33098.01	6.13	965134.50	178.73
1:	8	34221.36	6.34	395777.62	73.29
2:	8	31323.48	5.80	353582.88	65.48
3:	8	30637.97	5.67	528909.12	97.95
4:	9	121271.08	5.61	1753452.00	81.18
5:	8	89653.60	4.15	7223790.00	334.43
6:	8	92899.01	4.30	6408312.00	296.68
7:	7	255124.11	2.95	118759680.00	1374.53
8:	8	246092.77	2.86	96235120.00	1117.71
9:	7	264416.88	3.07	61209376.00	710.91
10:	8	692264.44	2.01	525989376.00	1527.15
11:	8	633116.62	1.84	577232512.00	1676.05
12:	7	171917.69	0.50	1444516352.00	4201.30
13:	5	76603.48	0.06	2413529600.00	1751.92
14:	6	110056.97	0.08	2273653248.00	1650.38
15:	4	53778.80	0.04	478881952.00	347.61

Débit total obtenu par la procédure d'allocation=367060 octets

distorsion totale = 8.00764e+09

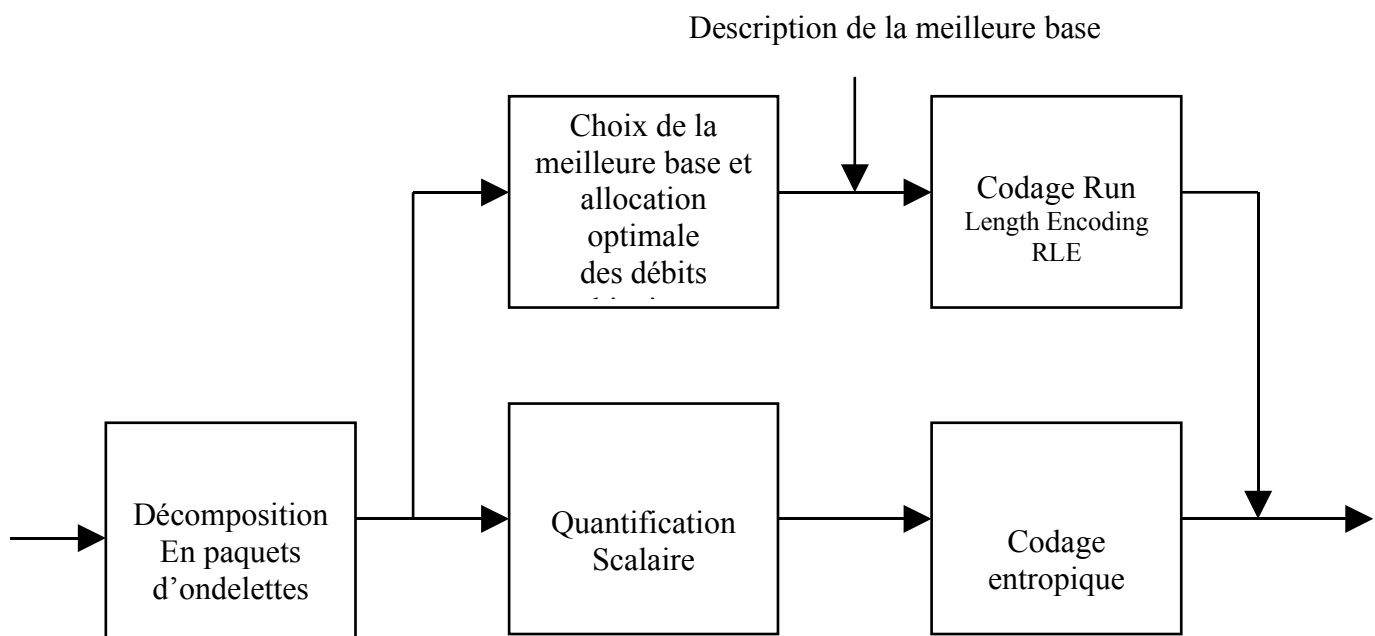
nombre total de pixels = 5510604

Erreur Quadratique moyenne = 38.12

PSNR (Dans le domaine transformée) = 64.7064

### 4.3.2 COMPRESSION ADAPTATIVE FREQUENTIELLE DES IMAGES RSO PAR LA TRANSFORMEE EN PAQUETS D'ONDELETTES

La décomposition en ondelettes réalise une bonne concentration de l'énergie du signal sur les basses fréquences pour des images qui présentent localement certaines propriétés de régularité, notamment celles qui admettent une bonne approximation polynômiale locale. Lorsqu'il existe des zones de variations locales rapides et des non stationnarités, la transformée en ondelettes est sous optimale. Pour décrire cette classe particulière de signaux, une famille plus large de fonctions de bases appelée paquets d'ondelettes a été mis en œuvre et utilisée dans la chaîne de compression adaptative fréquentielle présentée ci-dessous :



*Figure 4.5 . Chaîne de compression par transformée en paquets d'ondelettes et quantification scalaire*

L'algorithme comporte trois parties principales correspondant successivement à la décomposition en paquets d'ondelettes, au choix de la meilleure base et l'allocation optimale des débits binaires et enfin la quantification scalaire et le codage entropique. Chacune des parties est décrite succinctement.

### ***Transformation en paquets d'ondelettes***

La transformée en paquets d'ondelettes est une généralisation de la transformée en ondelettes classique, les paquets d'ondelettes constituent une collection de bases orthogonales qui s'adaptent mieux aux non stationnarités des images RSO. Cette famille contient entre autres , les bases d'ondelettes, les fonctions de Walsh , les fonctions de Walsh régulières , cette collection de bases s'organise pour les signaux bidimensionnels suivant une structure d'arbre quaternaire complète.

La collection complète des bases est obtenue par une décomposition récursive des sous bandes basses fréquences et hautes fréquences jusqu'à une profondeur L donnée de l'arbre.

Chaque base admissible apparaît comme un sous arbre obtenu par un parcours de l'arbre à partir du nœud racine.

### ***Choix de la meilleure base et allocation des débits binaires des sous bandes***

Le choix de la meilleure base s'appuie sur la définition d'une fonction de coût additive M, c'est à dire qu'elle vérifie :

$$M(0) = 0 \text{ et } M\left(\sum_i X_i\right) = \sum_i M(X_i).$$

Le critère utilisé dans ce travail est le Lagrangien  $J(\lambda) = D + \lambda R$ , qui permet de minimiser la distorsion tout en respectant une contrainte de débit binaire [5].

- D représente la distorsion
- R le débit binaire

L'allocation des débits binaires et le choix des sous bandes est réalisé suivant l'algorithme présenté ci-dessous :

### **Implantation de l'algorithme**

L'algorithme suit les étapes principales suivantes :

1 – Décomposer l'image sur toute la collection des bases en paquets d'ondelettes, jusqu'à la profondeur L de l'arbre, on obtient les coefficients  $C_{k,m}^l$ .

2- Pour chaque sous bande correspondant au nœud  $n_{i,j}^l$ , évaluer la fonction débit/distorsion, en calculant pour plusieurs précisions de quantification  $q$ , les débits  $R_{q \in Q}(n_{i,j}^l)$ , et les distorsions  $D_{q \in Q}(n_{i,j}^l)$  associées.

3- Initialiser le paramètre  $\lambda$ , pour chaque nœud de l'arbre correspondant à la sous bande  $n_{i,j}^l$ , déterminer le minimum du lagrangien :

$$J_{i,j}^l(\lambda) = \min_{q \in Q} [D_q(n_{i,j}^l) + \lambda R_q(n_{i,j}^l)]$$

4 – Initialiser la profondeur courante  $l$  de l'arbre à  $L$ .

on pose  $q^*(n_{i,j}^l) = \arg \min(J_{i,j}^l(\lambda))$  qui correspond à la précision de quantification optimale courante de la sous bande  $n_{i,j}^l$  pour le paramètre  $\lambda$ .

$$\begin{aligned} \text{Initialiser : } \quad & \tilde{J}_{i,j}^l = J_{i,j}^l \\ & \tilde{R}_{i,j}^l = R_{i,j}^l \quad \text{où} \quad R_{i,j}^l = R_{q^*(n_{i,j}^l)}(n_{i,j}^l) \\ & \tilde{D}_{i,j}^l = D_{i,j}^l \quad \text{où} \quad D_{i,j}^l = D_{q^*(n_{i,j}^l)}(n_{i,j}^l) \\ & \text{Split}(n_{i,j}^l) = 0 \end{aligned}$$

5 – Pour  $l=L-1$  à  $l=0$

faire :

$$\{ \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, 2^l$$

$$\text{Si } (J_{i,j}^l < \tilde{J}_{2i-1,2j-1}^{l+1} + \tilde{J}_{2i-1,2j}^{l+1} + \tilde{J}_{2i,2j-1}^{l+1} + \tilde{J}_{2i,2j}^{l+1})$$

Alors {

$$\text{Split}(n_{i,j}^l) = 0$$

$$\tilde{R}_{i,j}^l = R_{i,j}^l$$

$$\tilde{D}_{i,j}^l = D_{i,j}^l$$

$$\tilde{J}_{i,j}^l = J_{i,j}^l$$

}

Sinon

$$\text{Split}(n_{i,j}^l) = 1$$

$$\left\{ \begin{aligned} \tilde{R}_{i,j}^l &= \tilde{R}_{2i-1,2j-1}^{l+1} + \tilde{R}_{2i-1,2j}^{l+1} + \tilde{R}_{2i,2j-1}^{l+1} + \tilde{R}_{2i,2j}^{l+1} \\ \tilde{D}_{i,j}^l &= \tilde{D}_{2i-1,2j-1}^{l+1} + \tilde{D}_{2i-1,2j}^{l+1} + \tilde{D}_{2i,2j-1}^{l+1} + \tilde{D}_{2i,2j}^{l+1} \\ \tilde{J}_{i,j}^l &< \tilde{J}_{2i-1,2j-1}^{l+1} + \tilde{J}_{2i-1,2j}^{l+1} + \tilde{J}_{2i,2j-1}^{l+1} + \tilde{J}_{2i,2j}^{l+1} \end{aligned} \right.$$

}

}



6- Parcourir l'arbre à partir de la racine  $n_{0,0}^0$  et extraire le sous arbre optimal qui correspond à la meilleure base en paquets d'ondelettes et les précisions optimales de quantification des sous bandes associées pour le paramètre  $\lambda$ .

7- Itérer les étapes 3,4,5,6 pour une séquence de paramètres  $\lambda$ , jusqu'à l'optimum  $\lambda^*$  qui permet d'atteindre le budget de bits désiré.

**Quantification Scalaire et codage entropique**

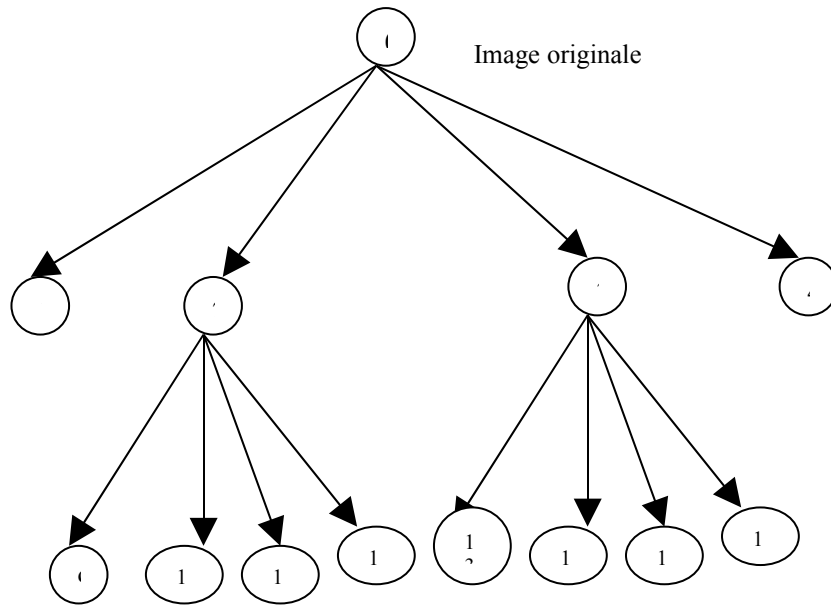
L'étape de quantification scalaire et de codage entropique est identique à celle présentée dans le chapitre 2. Cependant il faut transmettre au décodeur l'information sur les bases retenues par la transformation en paquets d'ondelettes. Nous avons choisi de transmettre un masque un masque de N bits ( $N=(4^L - 1)/3$ ). Si le bit de position k est égal à 1, la sous bande de numéro k fait partie de la décomposition. Si la valeur de L est élevée un codage RLE est appliquée sur le masque.

Sous bande N° 1		Sous bande N° 9	Sous bande N° 10
		Sous bande N° 11	Sous bande N° 12
Sous bande N° 13	Sous bande N° 14	Sous bande N° 4	
Sous bande N° 15	Sous bande N° 16		

**Décomposition paquets d'ondelettes de l'image de la Guyane Française ( Image G6)**

**Taux de compression désiré : 15:1**

Figure 4.6



Arborescence de décomposition associée.

Figure 4.7

**Résultats de la stratégie d'allocation (Algorithme**

lambda = 2428.06 débit optimal = 5.67044e+06 ,

distorsion optimale = 1.21776e+10

Split[0]= 1

Split[1]= 0

Split[2]= 1

Split[3]= 1

Split[4]= 0

Split[5]= 0

Split[6]= 0

Split[7]= 0

Split[8]= 0

Split[9]= 0

Split[10]= 0

Split[11]= 0

Split[12]= 0

Split[13]= 0

Split[14]= 0

Split[15]= 0

Split[16]= 0

Split[17]= 0

Split[18]= 0

Split[19]= 0

Split[20]= 0

débit objectif = 735895 octets

S/B	Précision	débit		Distorsion	
1:	8	3191719.75	2.31	3390005248.00	2456.53
4:	0	0.00	0.00	1949332480.00	1412.56
9:	4	38966.48	0.11	875256064.00	2536.97
10:	7	700657.50	2.03	396450048.00	1149.13
11:	0	0.00	0.00	697513280.00	2021.78
12:	5	260877.44	0.76	1240054912.00	3594.36
13:	5	201665.59	0.58	1217628928.00	3529.36
14:	4	47398.01	0.14	1196020224.00	3466.73
15:	7	726112.12	2.10	509753600.00	1477.55
16:	6	503037.94	1.46	705615360.00	2045.26

débit total obtenu =  $5.67044e+06 = 708\ 805$  octets

distorsion totale =  $1.21776e+10$

Nombre total de coefficients = 5520000

RMSE = 45.8897

PSNR (Domaine Transformée) = 56.4129 dB

## 4.4 Evaluation des algorithmes de compression des images RSO

Cette évaluation vise trois objectifs :

- Mesurer la performance des algorithmes de compression mis en œuvre selon le critère du ratio PNSR largement utilisé pour apprécier la qualité numérique de la compression .
- Evaluer l'influence du speckle sur les algorithmes de compression mise en oeuvre .
- Evaluer l'impact de la compression sur la segmentation des textures et des contours de l'image, cette évaluation sera menée dans le chapitre suivant.

### 4.4.1 Mesure de Performance des algorithmes mis en œuvre

Cette évaluation est faite sur des images d'amplitude 16 bits, respectivement sur les images PRI ( precision images ) qui sont des images 3 vues avec un niveau de speckle réduit et les images d'amplitude SLC ( Single Look Complex) beaucoup plus affectées par le speckle. Nous avons effectué une comparaison des algorithmes T.O.D et T.O.P suivant le critère du Ratio crête ( PSNR). La figure 4.8 illustre les résultats obtenus. Une comparaison de l'algorithme JPEG et de l'algorithme T.O.D est faite sur des images d'amplitude 8 bits de

manière à montrer que les algorithmes mis en œuvre atteignent des performances supérieures à la norme JPEG actuelle (voir figure 4.9) . Le futur standard JPEG 2000 sera d'ailleurs basé sur un algorithme de type T.O.D. La figure 4. 10 montre l'effet du speckle sur la compression des images.

---

**REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES**

- 1) Nguyen (E) Compression sélective et focalisation visuelle . Application au codage hybride de séquences d'images, Thèse de doctorat de l'université de Rennes 1, 1995
- 2) D. Taubman and A. Zakhor, « multirate 3D subband coding of video » IEEE Trans. Image Processing, Vol 3 Sept. 1994
- 3) Y. Shoham and A. Gersho, « Efficient bit Allocation for an arbitrary set of quantizers », IEEE Trans Acoustics , Speech and Signal processing, Vol 36 PP 1445-1453 Sept. 1988.
- 4) M. Atonini, M. Barlaud and P. Mathieu, « Image Coding using Wavelet Transform » IEEE Trans. Image processing . Vol. 1 PP 205-220 apr. 1992
- 5) K. Ramchandran and vetterli , «Best wavelet packet bases in a rate distorsion sense » IEEE Transactions on image processing, Vol 2 pp 160-175, 1992.